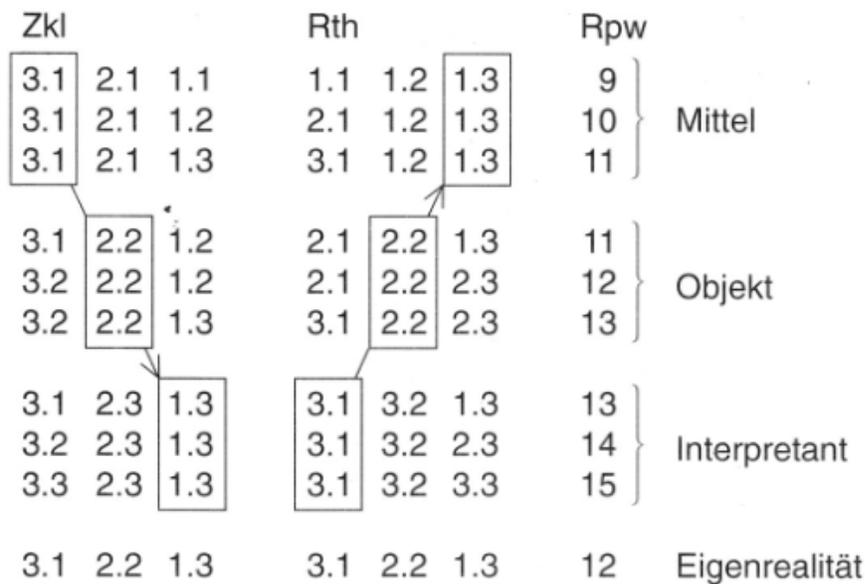


Der semiotische Konnexitätssatz und die semiotischen Dualsysteme

1. Bekanntlich stellt die Teilmenge der 10 peirce-benseschen semiotischen Dualsysteme (aus der Gesamtmenge der $3^3 = 27$ semiotischen Dualsysteme) ein sog. determinantensymmetrisches Dualitätssystem dar (vgl. Bense 1992, S. 76).



Daraus kann man den sog. semiotischen Konnexitätssatz ableiten, der besagt, daß jedes semiotische Dualsystem in mindestens einem und maximal zwei Subrelationen mit den Subrelationen des eigenrealen Dualsystems zusammenhängt.

2. Es stellt sich allerdings die Frage, ob dieser Konnexitätssatz auch wirklich für sämtliche 27 semiotischen Dualsysteme gilt oder nicht. Um diese Frage zu beantworten, gehen wir aus von den in Toth (2015) definierten semiotischen Zahlenfeld-Graphen.

2.1. Konnexe Zahlenfelder

2.1.1. Zahlenfeld-Graph

↓ ↓

↓ ↓

$$\text{DS 1} = (3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS 27} = (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 2 \quad = \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 0 \quad = \quad \begin{array}{ccc} 0 & \emptyset & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS 3} = (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS 25} = (3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad 2 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad = \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 0 \quad = \quad \begin{array}{ccc} 0 & \emptyset & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS 7} = (3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 21} = (3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 2 \quad = \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} 1 & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 0 \quad = \quad \begin{array}{ccc} 0 & \emptyset & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS 9} = (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 19} = (3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
\emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & \emptyset & & 2 & \emptyset & 2 \\
\emptyset & \emptyset & 1 & \Leftrightarrow & 1 & \emptyset & \emptyset & = & 1 & \emptyset & 1 \\
0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0
\end{array}$$

Alle Raumfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 2 Werten zusammen.

2.1.2. Zahlfeld-Graph

↙ ↘

↓ ↓

$$\text{DS } 2 = (3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS } 26 = (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
\emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset \\
1 & \emptyset & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & \emptyset & 1 & = & 1 & \emptyset & 1 \\
0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0
\end{array}$$

$$\text{DS } 8 = (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS } 20 = (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
\emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset \\
\emptyset & \emptyset & 1 & \Leftrightarrow & 1 & \emptyset & \emptyset & = & 1 & \emptyset & 1 \\
0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0
\end{array}$$

Die Raumfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 1 Wert zusammen.

2.1.3. Zahlfeld-Graph

↘ ↙

↙ ↘

$$\text{DS } 4 = (3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS } 24 = (3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 2 \quad = \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \emptyset \quad \Leftrightarrow \quad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset \quad = \quad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset$$

$$0 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 0 \quad = \quad 0 \quad \emptyset \quad 0$$

$$\text{DS } 6 = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS } 22 = (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad 2 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad = \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad 2 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad = \quad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset$$

$$0 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 0 \quad = \quad 0 \quad \emptyset \quad 0$$

Die Raumbilder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 3 Werten zusammen. Hier liegt also nicht nur partielle, sondern totale Konnexität vor.

2.1.4. Zahlfeld-Graph

↓

↙ ↘

$$\text{DS } 5 = (3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS } 23 = (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc}
\emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset \\
\emptyset & 1 & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & 1 & \emptyset & = & \emptyset & 1 & \emptyset \\
0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0
\end{array}$$

Die Raumfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 2 Werten zusammen.

2.1.5. Zahlfeld-Graph

$$\begin{array}{cc}
\downarrow & \downarrow \\
\searrow & \swarrow
\end{array}$$

$$DS\ 10 = (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

$$DS\ 18 = (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc}
2 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & 2 \\
1 & \emptyset & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & \emptyset & 1 & = & 1 & \emptyset & 1 \\
\emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset
\end{array}$$

$$DS\ 12 = (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$DS\ 16 = (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc}
\emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & \emptyset & & 2 & \emptyset & 2 \\
1 & \emptyset & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & \emptyset & 1 & = & 1 & \emptyset & 1 \\
\emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset
\end{array}$$

Die Raumfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 1 Wert zusammen.

2.1.6. Zahlfeld-Graph

$$\begin{array}{ccc}
 \searrow & & \swarrow \\
 & \downarrow & \\
 \text{DS 13} & = & (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3) \\
 \text{DS 15} & = & (3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3) \\
 \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \end{array} & & \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \end{array} & & \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} \emptyset & 1 & \emptyset \end{array} & \Leftrightarrow & \begin{array}{ccc} \emptyset & 1 & \emptyset \end{array} & = & \begin{array}{ccc} \emptyset & 1 & \emptyset \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} & & \begin{array}{ccc} \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} & & \begin{array}{ccc} \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}
 \end{array}$$

Die Raumfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 2 Werten zusammen.

2.2. Nicht-konnexes Zahlenfeld

Als Überraschung ergibt sich, daß von den Zahlenfeldern der 7 differenzierbaren Graphen nur ein einziger weder mit der eigenrealen noch mit der kategorien Zeichenklassen zusammenhängt, d.h. daß totale Nicht-Konnexität besateht.

Zahlfeld-Graph

$$\begin{array}{ccc}
 \swarrow & & \searrow \\
 & & \\
 \searrow & & \swarrow \\
 \text{DS 11} & = & (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3) \\
 \text{DS 17} & = & (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3) \\
 \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \end{array} & & \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \end{array} & & \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 1 & \emptyset & \emptyset \end{array} & \Leftrightarrow & \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 1 \end{array} & = & \begin{array}{ccc} 1 & \emptyset & 1 \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} & & \begin{array}{ccc} \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} & & \begin{array}{ccc} \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}
 \end{array}$$

Daraus folgt also, daß der semiotische Konnexitätssatz nur für die Teilmenge der 10 peirce-benseschen semiotischen Dualsysteme gilt, d.h. genau für diejenigen, welche aus der allgemeinen Form semiotischer Dualsysteme

$$DS = [[3.x, 2.y, 1.z] \times [z.1, y.2, x.3]]$$

(mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ durch die trichotomische Ordnungsbeschränkung

$$x \preceq y \preceq z$$

herausgefiltert sind.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Graphen von Abbildungen von Zahlfeldern semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

4.5.2015